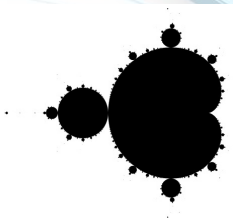


O Mundo dos Fractais



Douglas de Araujo Smigly
dsmigly@ime.usp.br

27 de Outubro de 2018



Introdução

O que é um fractal?

Benoît Mandelbrot

O Triângulo de Sierpiński

O Floco de Neve de Koch

Fractais na natureza

Árvores fractais



- **Fractal**, originado do latim *fractus*, que significa fração, quebrado, é uma figura que é auto-semelhante, ou seja, uma parte dela é igual à figura toda.



- ▶ **Fractal**, originado do latim *fractus*, que significa fração, quebrado, é uma figura que é auto-semelhante, ou seja, uma parte dela é igual à figura toda.
- ▶ Um fractal é gerado a partir de uma fórmula matemática aplicada de forma iterativa.



- ▶ **Fractal**, originado do latim *fractus*, que significa fração, quebrado, é uma figura que é auto-semelhante, ou seja, uma parte dela é igual à figura toda.
- ▶ Um fractal é gerado a partir de uma fórmula matemática aplicada de forma iterativa.
- ▶ Fractais apresentam propriedades e padrões interessantes e surpreendentes.



- ▶ **Fractal**, originado do latim *fractus*, que significa fração, quebrado, é uma figura que é auto-semelhante, ou seja, uma parte dela é igual à figura toda.
- ▶ Um fractal é gerado a partir de uma fórmula matemática aplicada de forma iterativa.
- ▶ Fractais apresentam propriedades e padrões interessantes e surpreendentes.
- ▶ O estudo de suas propriedades é parte de uma área conhecida como Geometria Fractal.

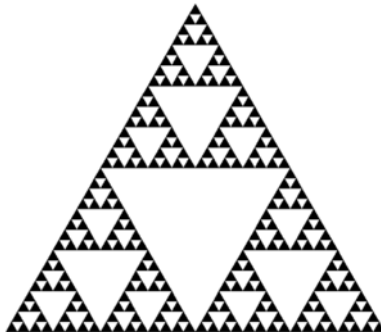
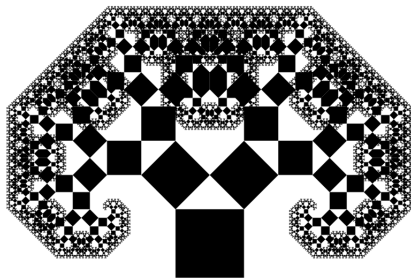


Figura: A árvore de Pitágoras e o Triângulo de Sierpinski

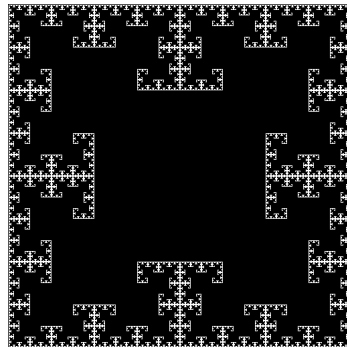
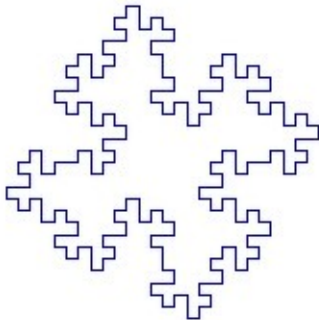


Figura: A ilha de Koch e o Fractal T-quadrado

Benoît Mandelbrot

O pai dos fractais



- ▶ Benoît Mandelbrot (1924 - 2010) foi um matemático francês de origem polonesa, nascido em Varsóvia.
- ▶ Ficou conhecido como o pai dos Fractais, ao ser um dos primeiros a estudá-los e definí-los de maneira mais precisa.
- ▶ O seu trabalho foi primeiro publicado no livro *Les objects fractals, forn, hasard et dimension*, em 1975.

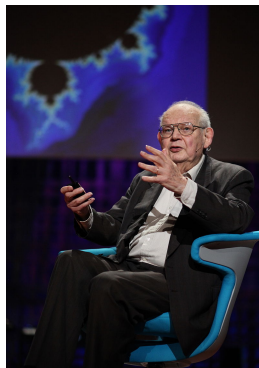


Figura: Benoît Mandelbrot

Benoît Mandelbrot

O pai dos fractais



A pesquisa de Mandelbrot forneceu teorias matemáticas para os fenômenos probabilísticos, processos esporádicos, termodinâmica, astronomia, geomorfologia, gráficos e arte com a ajuda do computador, além de criar e desenvolver a Geometria Fractal.

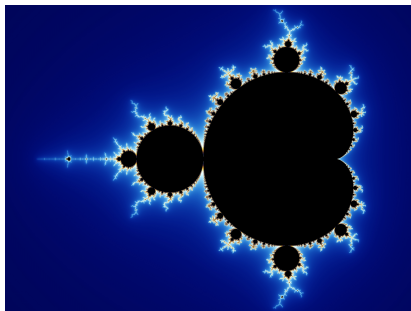
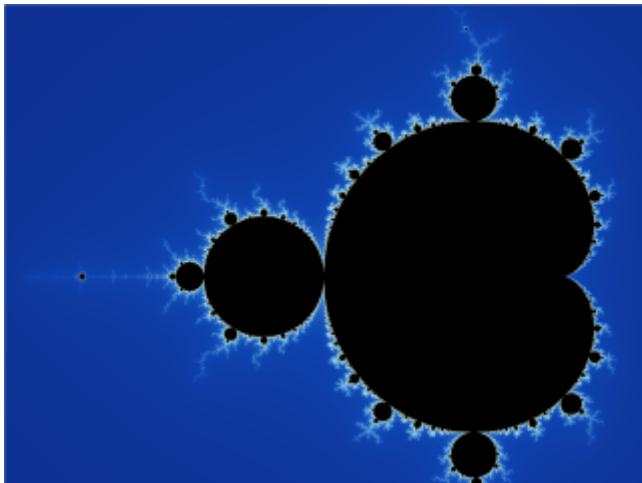


Figura: O conjunto de Mandelbrot

Benoît Mandelbrot

O pai dos fractais



O Triângulo de Sierpiński



- ▶ Foi desenvolvido pelo matemático polonês Waław Franciszek Sierpiński (1882 - 1969)
- ▶ Como todo fractal, é uma figura geométrica obtida através de um processo recursivo.
- ▶ O Triângulo de Sierpiński possui propriedades interessantes, como o fato de ser auto-semelhante.
- ▶ Surpreendentemente, a área do Triângulo de Sierpiński é 0.



- 1 Inicia-se com um triângulo equilátero qualquer;
- 2 Encolha o triângulo pela metade (cada lado deve ter metade do tamanho original), faça três cópias, e posicione cada triângulo de maneira que encoste nos outros dois em um canto;
- 3 Repita o passo 2 para cada figura obtida, indefinidamente.

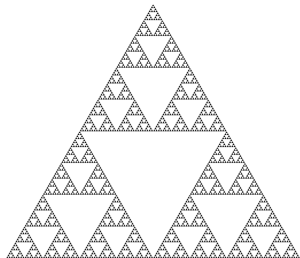


Figura: O Triângulo de Sierpiński

O Triângulo de Sierpiński

Construção



1ª Etapa



2ª Etapa



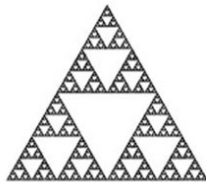
3ª Etapa



4ª Etapa



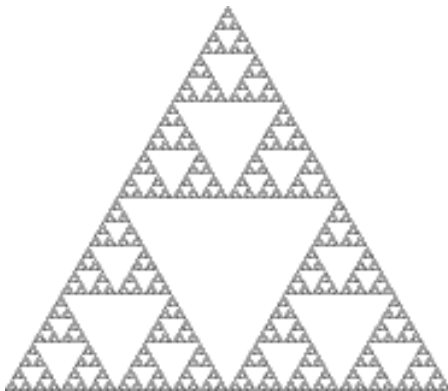
5ª Etapa



6ª Etapa

O Triângulo de Sierpiński

Construção





- ▶ Foi desenvolvido pelo matemático sueco Niels Fabian Helge Von Koch
- ▶ Seu nome foi dado devido a ter uma aparência semelhante com a de um floco de neve
- ▶ Assim como a maior parte dos fractais, é uma figura auto-semelhante.
- ▶ Este fractal possui perímetro infinito, apesar de sua área ser finita!

O Floco de Neve de Koch

Construção



- 1 Inicia-se com um triângulo equilátero qualquer;
- 2 Ao meio de cada lado, adiciona-se um novo triângulo com um terço do tamanho;
- 3 Repita o passo 2 para cada figura obtida, indefinidamente.

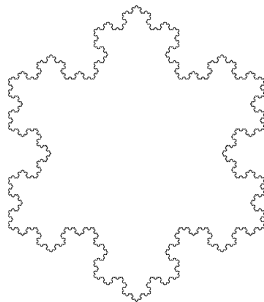


Figura: O Floco de Neve de Koch

O Floco de Neve de Koch

Construção



1ª Etapa



2ª Etapa



3ª Etapa



4ª Etapa



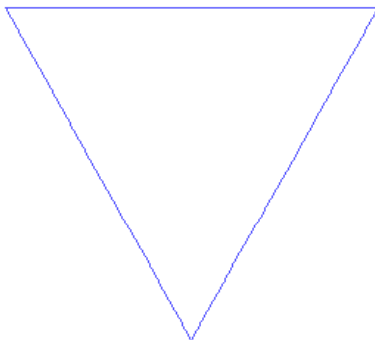
5ª Etapa



6ª Etapa

O Floco de Neve de Koch

Construção



O Floco de Neve de Koch

Variantes

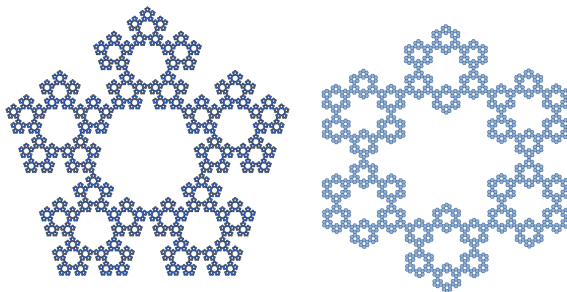


Figura: Pentaflake e Hexaflake

Diversos objetos da natureza possuem propriedades fractais, como montanhas, árvores e plantas.

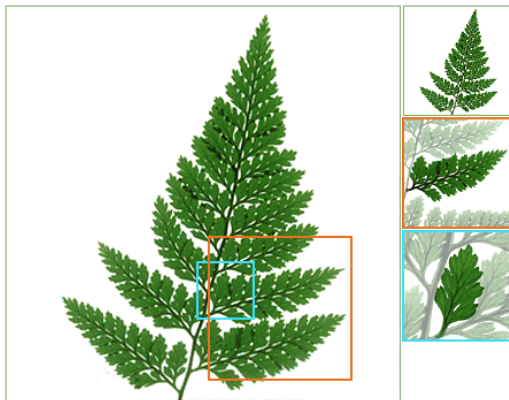




Figura: *Brassica oleracea*



Figura: Samambaia



Figura: Dália

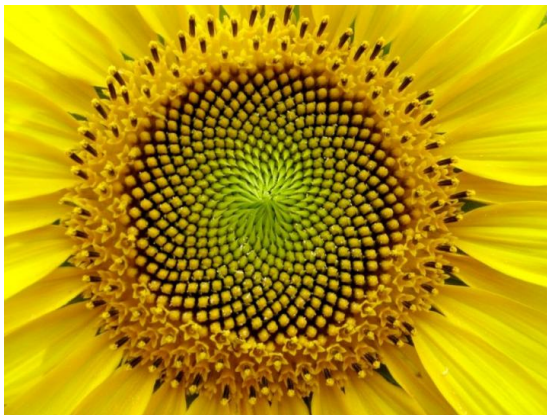


Figura: Girassol

- ▶ Os fractais podem ser utilizados para gerar e moldar árvores.
- ▶ A modelagem matemática dessas plantas a partir de fractais permite o estudo de suas características biológicas.

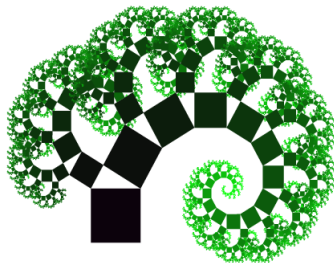
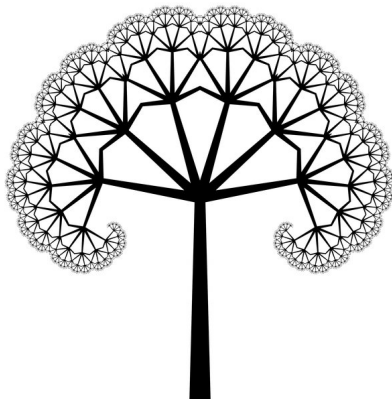
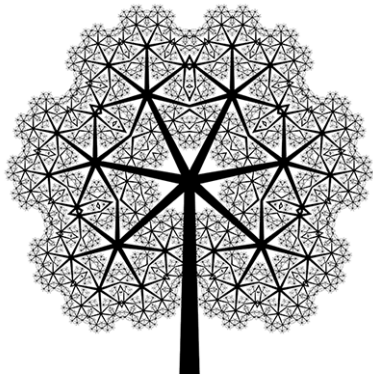
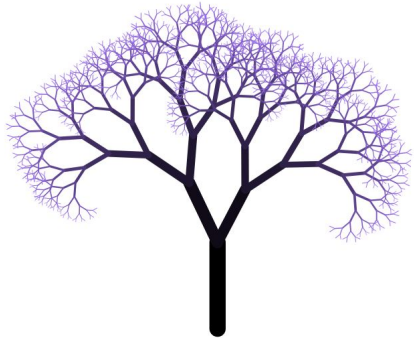
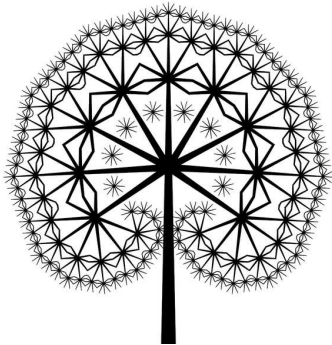


Figura: Uma árvore pitagórica

Árvores fractais



Árvores fractais



A decorative graphic consisting of several overlapping, curved, wavy lines in shades of light blue and white, resembling a stylized wave or a fan of motion. The lines are smooth and have a slight gradient, giving them a three-dimensional appearance. They are positioned on the right side of the slide, framing the text.

Obrigado!